

14. Mathematik

A. Fachbezogene Hinweise

Grundlage für die zentrale schriftliche Abiturprüfung 2006 im Fach Mathematik sind die geltenden Rahmenrichtlinien für die gymnasiale Oberstufe und die KMK-EPA Mathematik. Die über den Kern der Rahmenrichtlinien hinausgehenden Vertiefungen werden in den Hinweisen zu den einzelnen Sachgebieten festgelegt.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den fachlichen Inhalten aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/ Analytische Geometrie und Stochastik besondere Bedeutung zu.

Den Prüflingen werden zwei schriftliche Abiturvorschläge (KMK-EPA: „Prüfungsaufgaben“) vorgelegt. Jeder Vorschlag besteht aus *drei* Aufgaben, die sich auf die drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen. Die beiden Prüfungsvorschläge setzen sich jeweils aus zwei thematischen Blöcken zusammen: Block I besteht jeweils aus einer Analysisaufgabe (Aufgabe 1), Block II enthält Aufgaben aus den Sachgebieten Stochastik und Analytische Geometrie/ Lineare Algebra. Der Block II im Prüfungsvorschlag 1 besteht aus einer Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Stochastik und einer Aufgabe 3 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/ Lineare Algebra. Der Block II im Prüfungsvorschlag 2 enthält eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra und eine Aufgabe 3 aus dem Sachgebiet Stochastik. Jeder Prüfling wählt aus den beiden Prüfungsvorschlägen einen Block I und einen Block II aus.

Für die Abendgymnasien und Waldorfschulen gilt für die Abiturprüfung 2006 folgende besondere Regelung: Der Prüfling darf beim Auswählen des Prüfungsvorschlags die Aufgaben 3 der beiden Vorschläge gegeneinander austauschen.

Für Fachgymnasien gelten folgende Sonderregelungen:

Die beiden Analysisaufgaben in Block I werden für alle Fachgymnasien berufsbezogen gestellt.

- In Block II des Fachgymnasiums „Technik“ sind die Aufgaben des Vorschlags 1 ohne, die des Vorschlags 2 mit Berufsbezug.
- In Block II der Fachgymnasien „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“ ist die Aufgabe aus der Stochastik des Vorschlags 1 ohne und die des Vorschlags 2 mit Berufsbezug; die Aufgabe aus der Linearen Algebra ist in beiden Vorschlägen berufsbezogen.

In Abhängigkeit von der Fachrichtung wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für beide Vorschläge festgelegt:

	FG „Wirtschaft“	FG „Technik“	FG „Gesundheit und Soziales“
Aufgabe 2	Stochastik	Analytische Geometrie	Stochastik
Aufgabe 3	Lineare Algebra	Stochastik	Lineare Algebra

Fachgymnasien mit mehreren Fachrichtungen entscheiden zu Beginn der Qualifikationsphase (Kursstufe) über die Zuordnung zu einem berufsbezogenen Schwerpunkt (FG „Wirtschaft“ oder FG „Technik“ oder FG „Gesundheit und Soziales“).

Die Gewichtung der Aufgaben 1 bis 3 eines Vorschlags soll etwa im Verhältnis 3 : 2 : 1 vorgenommen werden, dabei wird also in jedem Vorschlag die Analysisaufgabe (Aufgabe1) mit einem Anteil von etwa 50% am stärksten gewichtet.

Für die schriftliche Abiturprüfung werden unterschiedliche Prüfungsvorschläge vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden drei *Technologiekategorien* berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
- wissenschaftlich-technischer Taschenrechner ohne Grafik, ohne CAS (TR)

Die Schulen werden noch durch gesonderten Erlass gebeten, der Schulbehörde bis zum Beginn des Prüfungsschuljahres zu melden, welche der drei Technologiekategorien in den einzelnen Prüfungsgruppen angewendet wird. Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben werden sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu

benutzenden Rechner-Technologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechner-Technologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologieform sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

Nähere Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln befinden sich im Abschnitt C.

B. Thematische Schwerpunkte

Sachgebiet Analysis

a) Grundkurse

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie die Synthese von Funktionen und die Analyse von Funktionen und Funktionenscharen beherrschen und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen können. Hierzu sollen sie symbolische, grafische und bei GTR/CAS-Einsatz numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechner-Technologien angemessen einsetzen.

Inhalte/Methoden:

Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen und Funktionenscharen

Untersuchungen von abgeschlossenen und halbabgeschlossenen Flächen

Verknüpfung von Funktionen und Funktionenscharen aus den angegebenen Funktionenklassen

Funktionenklassen: laut EPA, mit dem Schwerpunkt Exponentialfunktionen (mit Verkettung)

Hinweise zu Vertiefungen/Anwendungen in Abhängigkeit von der eingesetzten Technologie:

(Für die Fachgymnasien gelten die berufsbezogenen Vertiefungen!)

- bei GTR/CAS-Einsatz: Beschreibung und Analyse von Wachstum (auch unter dem Aspekt der Änderungsrate)
- bei wissenschaftlich-technischem Taschenrechner-Einsatz: Extremalprobleme; Anwendungen der Integralrechnung in Sachzusammenhängen, die kein vertieftes außermathematisches Fachwissen voraussetzen

Berufsbezogene Vertiefungen für Fachgymnasien:

- FG „Wirtschaft“: Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus der Produktions- und Kostentheorie, Angebot und Nachfrage
- FG „Technik“: Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen zu Abkühlungs- und Erwärmungsvorgängen (Newton'sches Abkühlungsgesetz), Temperaturregelstrecken
- FG „Gesundheit und Soziales“: Modellierung von berufsbezogenen Anwendungen

b) Leistungskurse

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie Analyse und Synthese von Funktionen und Funktionenscharen beherrschen und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen können. Hierzu sollen sie symbolische, grafische und bei GTR/CAS-Einsatz numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechner-Technologien sinnvoll und angemessen einsetzen.

Inhalte/Methoden:

Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen und Funktionenscharen

Untersuchungen von abgeschlossenen und halbabgeschlossenen Flächen

Verknüpfung von Funktionen und Funktionenscharen aus den angegebenen Funktionenklassen

Funktionenklassen: laut EPA, mit dem Schwerpunkt Exponentialfunktionen

Hinweise zu Vertiefungen in Abhängigkeit von der eingesetzten Technologie:

(Für die Fachgymnasien gelten die berufsbezogenen Vertiefungen!)

- bei GTR/CAS-Einsatz: Modellierung von Trassierungen; Krümmungsfunktion; Volumina
- bei wissenschaftlich-technischem Taschenrechner-Einsatz: numerische Näherungsverfahren zur Lösung von Gleichungen; Volumina

Berufsbezogene Vertiefungen für Fachgymnasien:

- FG „Wirtschaft“: Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus der Produktions- und Kostentheorie, Angebot und Nachfrage
- FG „Technik“: Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus der Schwingungslehre (freie ungedämpfte und gedämpfte Schwingungen einschließlich aperiodischer Grenzfall)
- FG „Gesundheit und Soziales“: Modellierung von berufsbezogenen Anwendungen

Sachgebiet Stochastik

a) Grundkurse

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie einfache Zufallsexperimente simulieren und auswerten können. Sie müssen in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren. Dabei spielt die Binomialverteilung eine zentrale Rolle. Verfahren der Beurteilenden Statistik sollen an Hand von Signifikanztests durchgeführt werden.

Bei der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten können Tabellen genutzt werden, die den Aufgaben beiliegen.

Inhalte/Methoden:

Grundkenntnisse der Beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten

Simulation von Zufallsexperimenten mit Hilfe von Zufallszahlen

Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriffe,

Baumdiagramme/Pfadregeln

Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung); speziell Binomialverteilung, ihre Kennzahlen und Anwendungen

Alternativtest ($H_0: p=p_0$, $H_1: p=p_1$) bei binomialverteilter Zufallsgröße

Hinweis: Bei Einsatz von GTR/CAS können Wahrscheinlichkeiten auch mit Rechnerfunktionen bestimmt werden.

b) Leistungskurse

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie einfache Zufallsexperimente simulieren und auswerten können. Sie müssen in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren.

Über die Binomialverteilung hinaus muss auch der Umgang mit normalverteilten Zufallsgrößen vertraut sein. Verfahren der Beurteilenden Statistik sollen an Hand von Signifikanztests durchgeführt werden.

Bei der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten können Tabellen genutzt werden, die den Aufgaben beiliegen.

Inhalte/Methoden:

Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten

Simulation von Zufallsexperimenten mit Hilfe von Zufallszahlen

Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriff,

Baumdiagramme/Pfadregeln

Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung); speziell Binomialverteilung, ihre Kennzahlen und Anwendungen

Normalverteilung als Beispiel einer stetigen Verteilung, ihre Kennzahlen und Anwendungen

Alternativtest sowie komplexere Hypothesentests (einseitige, zweiseitige) auch für normalverteilte Zufallsgrößen

Hinweis: Bei Einsatz von GTR/CAS können Wahrscheinlichkeiten auch mit Rechnerfunktionen bestimmt werden.

Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra

a) Grundkurse

Der Schwerpunkt dieses Sachgebietes soll geometrisch orientiert sein. Grundlage für die Abiturprüfung 2006 ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der KMK-EPA Mathematik. Die Prüflinge sollen in diesem Bereich nachweisen, dass sie über eine sichere Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen im Raum beherrschen und grundlegende Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten können.

Inhalte/Methoden:

Vektoren im Anschauungsraum; Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum, auch von Geradenscharen; Standardskalarprodukt; Normalenform; Abstands- und Winkelberechnungen
Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Quader und Pyramide; Schrägbilder

Hinweis: Der Einsatz von CAS und GTR, insbesondere bei der Bearbeitung von Gleichungssystemen, führt in diesem Bereich zu veränderten Aufgabenstellungen z.B. zu Problemstellungen mit Parametern.

b) Leistungskurse

Der Schwerpunkt dieses Sachgebietes soll geometrisch orientiert sein. Grundlage für die Abiturprüfung 2006 ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der KMK-EPA Mathematik. Die Prüflinge sollen in diesem Bereich nachweisen, dass sie über eine sichere Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Geraden, Ebenen und Kugeln im Raum beherrschen und Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten können.

Inhalte/Methoden:

Vektoren im Anschauungsraum, Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum, Erstellen und Interpretieren unterschiedlicher Formen von Ebenengleichungen
Klassifikation von Geraden- und Ebenenscharen sowie deren gegenseitiger Lagebeziehung
Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Spat und Pyramide
Beschreibung und Untersuchung von Kugeln und Kreisen in Wechselbeziehung zu Geraden und Ebenen

Hinweise:

Bei GTR-Einsatz sollen auch metrische Größen (Abstände, Flächen, Volumina) in Abhängigkeit eines Parameters und geometrische Interpretationen der zugrunde liegenden funktionalen Zusammenhänge betrachtet werden.

Bei CAS-Einsatz sollen zudem Anwendungen aus dem Sachzusammenhang wie die Interpretation der Parameterdarstellungen von Punkten im Raum als lineare Bewegungen im Raum und Abstandsuntersuchungen unter funktionalen Gesichtspunkten betrachtet werden.

Sachgebiet Lineare Algebra für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“

a) Grundkurse

Grundlage für die Abiturprüfung 2006 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der KMK-EPA Mathematik. Hierbei lernen die Schülerinnen und Schüler die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den Wirtschaftswissenschaften und aus den Berufsfeldern Gesundheit und Soziales kennen. Es wird erwartet, dass sie realitätsbezogene Problemstellungen sachgerecht in ein lineares Gleichungssystem überführen und zu dessen Lösung den Gauß'schen Algorithmus sicher beherrschen. Außerdem sollen sie mit dem Rechnen mit Vektoren und Matrizen vertraut sein und diese bei vorgegebenen Sachsituationen sinnvoll einsetzen.

Inhalte/Methoden:

Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren); Rechnen mit Matrizen
Produktionsplanung
Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (Materialverflechtung, Produktionsverflechtung)

Hinweis: Die Komplexität der auftretenden Matrizen wird durch den geplanten Technologieeinsatz (TR / GTR / CAS) bestimmt.

b) Leistungskurse

Grundlage für die Abiturprüfung 2006 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der KMK-EPA Mathematik. Hierbei lernen die Schülerinnen und Schüler die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den Wirtschaftswissenschaften und aus den Berufsfeldern Gesundheit und Soziales kennen. Es wird erwartet, dass sie realitätsbezogene Problemstellungen sachgerecht in ein lineares Gleichungssystem überführen und zu dessen Lösung den Gauß'schen Algorithmus sicher beherrschen. Außerdem sollen sie mit dem Rechnen mit Vektoren und Matrizen vertraut sein und diese bei vorgegebenen Sachsituationen sinnvoll einsetzen.

Inhalte/Methoden:

Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren, Lösbarkeit, LGS mit Parametern); Rechnen mit Matrizen; Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (Materialverflechtung, Produktionsverflechtung); inverse Matrix
Input-Output-Analyse (Leontief-Modell)
Fixpunktproblem bei mehrstufigen Prozessen

Hinweis: Die Komplexität der auftretenden Matrizen wird durch den geplanten Technologieeinsatz (TR / GTR / CAS) bestimmt.

C. Sonstige Hinweise

Hilfsmittel

Die für die Abiturprüfung zugelassenen Standardhilfsmittel sind in den KMK EPA Mathematik angegeben.

In der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Die von den lokalen Fachkonferenzen festgelegten Rechnertechnologien sollen berücksichtigt werden. Die Schule muss zu Beginn des Prüfungsschuljahres festlegen, welche der in der Einleitung beschriebenen drei Technologiekatgorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den zentralen Prüfungen gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Programme sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogramm Pakete zulässig; auf PC's sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme zulässig.
- *Vernetzte Rechner* sind in der Abiturprüfung *nicht zulässig*. In Rechnernetzen ist von der Schule zu gewährleisten, dass die benutzten Rechner hardwareseitig vom Netz getrennt sind. Funkverbindungen sind auf der Hardware- und Softwareseite so zu trennen, dass weder im Prüfungsraum noch in der lokalen Umgebung auf das System zugegriffen werden kann.

- Die textliche *Dokumentation der Problemlösung* muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule geeignet so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der *autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit*; die elektronische Version (Datei) kann *nicht* zur Korrektur oder Bewertung *herangezogen werden*.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (ggf. mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Typs) von dem Prüfer vermerkt werden.

Zur Abiturprüfung sind gedruckte *Formelsammlungen* der Schulbuchverlage zugelassen. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen. *Nicht zugelassen* sind schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika (Taschenbuch der Mathematik, Lexikon der Mathematik).