

14. Mathematik

A. Fachbezogene Hinweise

Grundlage für die zentrale schriftliche Abiturprüfung 2007 im Fach Mathematik sind die durch Erlass des MK vom 13.10.2004 per E-Mail direkt an die Schulen verschickten präzisierten Rahmenrichtlinien für die gymnasiale Oberstufe und die KMK EPA Mathematik. Die über den Kern der Rahmenrichtlinien hinausgehenden Vertiefungen werden in den Hinweisen zu thematischen Schwerpunkten festgelegt.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den fachlichen Inhalten aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/ Analytische Geometrie und Stochastik besondere Bedeutung zu.

Dabei stellen insbesondere folgende Aspekte bei der Erarbeitung in der Qualifikationsphase (Kurstufe) wichtige Grundlagen dar:

Analysis

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie die Synthese von Funktionen und ihren Eigenschaften (im LK auch Funktionenscharen) und die Analyse von Funktionen und Funktionenscharen unter besonderer Berücksichtigung der Differenzial- und Integralrechnung beherrschen und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen können. Hierzu sollen sie symbolische, grafische und bei GTR/CAS-Einsatz numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechnertechnologien sinnvoll und angemessen einsetzen.

- Funktionenklassen: laut EPA
- Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen (im Leistungskurs auch Funktionenscharen)
- Untersuchungen von abgeschlossenen Flächen (im Leistungskurs auch unbegrenzte Flächen)
- Verknüpfung von Funktionen (im Leistungskurs auch Funktionenscharen)

Stochastik

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie einfache Zufallsexperimente auswerten können. Sie müssen in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Zufallsgrößen/Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren.

Sie sollen nachweisen, dass sie Verfahren der Beurteilenden Statistik anwenden können.

- Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme/ Pfadregeln
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung), speziell Binomialverteilung

Beim Umgang mit Wahrscheinlichkeiten können Tabellen, die den Aufgaben beiliegen, oder Rechnerfunktionen genutzt werden.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (allgemein bildende Schulen und Fachgymnasium „Technik“)

Für die Abiturprüfung 2007 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes geometrisch orientiert sein. Grundlage ist daher der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik.

Die Prüflinge sollen in diesem Bereich nachweisen, dass sie über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrschen und Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten können.

- Schrägbilder
- Vektoren im Anschauungsraum
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum
- Standardskalarprodukt
- Abstands- und Winkelberechnungen

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Fachgymnasium „Wirtschaft“, Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)

Grundlage für die Abiturprüfung 2007 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Hierbei sollen die Schülerinnen und Schüler die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den jeweiligen Berufsfeldern Wirtschaftswissenschaften, Gesundheit und Soziales kennen und anwenden können.

- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren) (im Leistungskurs auch Lösbarkeitsuntersuchungen und LGS mit Parametern)
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen
- Modellierung realitätsbezogener Problemstellungen mit linearen Gleichungssystemen

Hinweise zur Kombination von Prüfungsaufgaben

Den Prüflingen werden zwei Prüfungsaufgaben vorgelegt. Jede Prüfungsaufgabe besteht aus *drei* Aufgaben, die sich auf die drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen. Die beiden Prüfungsaufgaben setzen sich jeweils aus zwei thematischen Blöcken zusammen: Block I besteht jeweils aus einer Analysisaufgabe (Aufgabe 1), Block II enthält Aufgaben aus den Sachgebieten Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Der Block II der Prüfungsaufgabe 1 enthält eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Stochastik und eine Aufgabe 3 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Der Block II der Prüfungsaufgabe 2 enthält eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra und eine Aufgabe 3 aus dem Sachgebiet Stochastik. Jeder Prüfling wählt aus den beiden Prüfungsaufgaben einen Block I und einen Block II aus.

Für die *Abendgymnasien, die Kollegs, die Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung* gilt für die Abiturprüfung 2007 folgende besondere Regelung: Der Prüfling darf beim Auswählen des Blockes II der Prüfungsaufgaben die Aufgaben 3 gegeneinander austauschen.

Für *Fachgymnasien* gelten folgende besondere Regelungen:

Die beiden Analysisaufgaben in Block I werden für alle Fachgymnasien berufsbezogen gestellt.

In Block II des Fachgymnasiums „Technik“ sind die Aufgaben der Prüfungsaufgabe 1 ohne, die der Prüfungsaufgabe 2 mit Berufsbezug.

In Block II der Fachgymnasien „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“ ist die Aufgabe aus der Stochastik der Prüfungsaufgabe 1 ohne, die der Prüfungsaufgabe 2 mit Berufsbezug; die Aufgabe aus der Linearen Algebra ist in beiden Prüfungsaufgaben berufsbezogen.

In Abhängigkeit von der Fachrichtung wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für beide Prüfungsaufgaben festgelegt:

	FG „Wirtschaft“	FG „Technik“	FG „Gesundheit und Soziales“
Aufgabe 2	Stochastik	Analytische Geometrie	Stochastik
Aufgabe 3	Lineare Algebra	Stochastik	Lineare Algebra

Fachgymnasien mit mehreren Fachrichtungen entscheiden zu Beginn der Qualifikationsphase (Kursstufe) über die Zuordnung zu einem berufsbezogenen Schwerpunkt (FG „Wirtschaft“ oder FG „Technik“ oder FG „Gesundheit und Soziales“).

Die Gewichtung der Aufgaben 1 bis 3 einer Prüfungsaufgabe soll etwa im Verhältnis 3 : 2 : 1 vorgenommen werden, dabei wird in jeder Prüfungsaufgabe die Analysisaufgabe (Aufgabe 1) mit einem Anteil von etwa 50% am stärksten gewichtet.

Für die schriftliche Abiturprüfung werden unterschiedliche Prüfungsaufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden drei *Technologie-kategorien* berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
- wissenschaftlich-technischer Taschenrechner ohne Grafik, ohne CAS (TR)

Die Schulen sind bereits durch gesonderten Erlass gebeten worden, der Schulbehörde zu melden, welche der drei Technologiekategorien in den einzelnen Prüfungsgruppen angewendet wird. Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben werden sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechner-technologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechner-technologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologieform sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

Nähere Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln befinden sich im Abschnitt C.

B. Thematische Schwerpunkte

Thematischer Schwerpunkt 1: Analysis

a) Grundkurse

Vertiefungen für allgemeinbildende Schulen:

- Sinus/Cosinus-Funktionen mit linearen Verknüpfungen/Verkettungen und deren lokale Näherungen durch ganzrationale Funktionen
- Modellierung periodischer Prozesse
- Funktionenscharen

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien:

FG „Wirtschaft“:

- gebrochen rationale Funktionen
- Modellierung mit berufsfeldbezogenen Beispielen aus der Produktions- und Kostentheorie
- Angebot und Nachfrage

FG „Technik“:

- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen zu Biegelinien (auch abschnittsweise definierte Funktionen)

FG „Gesundheit und Soziales“:

- gebrochen rationale Funktionen
- Modellierung von berufsbezogenen Anwendungen

b) Leistungskurse

Vertiefungen für allgemeinbildende Schulen:

- Exponentialfunktionen
- Beschreibung und Analyse von Wachstum (auch unter dem Aspekt der Änderungsrate und mit einfachen linearen Differentialgleichungen)

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien:

FG „Wirtschaft“:

- Wurzelfunktionen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus der Produktions- und Kostentheorie
- Angebot und Nachfrage

FG „Technik“:

- trigonometrische Funktionen mit berufsbezogenen Beispielen aus den Bereichen mechanische und elektrische ungedämpfte Schwingungen

FG „Gesundheit und Soziales“:

- Wurzelfunktionen
- Modellierung von berufsbezogenen Anwendungen

Thematischer Schwerpunkt 2: Stochastik

a) Vertiefungen für Grundkurse

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Unterschied bei der Modellierung „Ziehen aus einer Urne mit/ohne Zurücklegen“
- Vergleich von Binomialverteilung und hypergeometrischer Verteilung
- Alternativtest ($H_0: p=...$, $H_1: p=...$) bei binomialverteilter Zufallsgröße

b) Vertiefungen für Leistungskurse

- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung und Poisson-Verteilung
- Vergleich von diskreten und stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Hypothesentests (einseitige, zweiseitige) auch für normalverteilte Zufallsgrößen

Thematischer Schwerpunkt 3 für allgemein bildende Schulen und Fachgymnasium „Technik“: Analytische Geometrie

Der Schwerpunkt dieses Sachgebietes soll geometrisch orientiert sein. Grundlage für die Abiturprüfung 2007 ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik.

a) Vertiefungen für Grundkurse

- Normalenform
- Geradenscharen
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Quader und Pyramide

Hinweis: Der Einsatz von CAS und GTR, insbesondere bei der Bearbeitung von Gleichungssystemen, führt in diesem Bereich zu veränderten Aufgabenstellungen z.B. zu Problemstellungen mit Parametern.

b) Vertiefungen für Leistungskurse

- Erstellen und Interpretieren unterschiedlicher Formen von Ebenengleichungen
- Klassifikation von Geraden- und Ebenenscharen sowie deren gegenseitiger Lagebeziehung
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Spat und Pyramide
- Beschreibung und Untersuchung von Kugeln und Kreisen in Wechselbeziehung zu Geraden und Ebenen

Hinweise:

Bei GTR-Einsatz sollen auch metrische Größen (Abstände, Flächen, Volumina) in Abhängigkeit eines Parameters und geometrische Interpretationen der zugrunde liegenden funktionalen Zusammenhänge betrachtet werden.

Bei CAS-Einsatz sollen zudem Anwendungen aus dem Sachzusammenhang wie die Interpretation der Parameterdarstellungen von Punkten im Raum als lineare Bewegungen im Raum und Abstandsuntersuchungen unter funktionalen Gesichtspunkten betrachtet werden.

Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“: Lineare Algebra

Grundlage für die Abiturprüfung 2007 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik.

a) Vertiefungen für Grundkurse

- Produktionsplanung
- Als Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen: Materialverflechtung, Produktionsverflechtung

Hinweis: Die Komplexität der auftretenden Matrizen wird durch den geplanten Technologieeinsatz (TR / GTR / CAS) bestimmt.

b) Vertiefungen für Leistungskurse

- Als Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen: Materialverflechtung, Produktionsverflechtung
- Inverse Matrix
- Input-Output-Analyse (Leontief-Modell)
- Fixpunktproblem bei mehrstufigen Prozessen

Hinweis: Die Komplexität der auftretenden Matrizen wird durch den geplanten Technologieeinsatz (TR / GTR / CAS) bestimmt.

C. Sonstige Hinweise

Hilfsmittel

Die für die Abiturprüfung zugelassenen Standardhilfsmittel sind in den EPA Mathematik angegeben.

In der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Die Schule muss zu Beginn der Qualifikationsphase festlegen, welche der in der Einleitung beschriebenen drei Technologiekategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Programme sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; auf PC's sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme zulässig.
- *Vernetzte Rechner* sind in der Abiturprüfung *nicht zulässig*. In Rechnernetzen ist von der Schule zu gewährleisten, dass die benutzten Rechner hardwareseitig vom Netz getrennt sind. Funkvernetzungen sind auf der Hardware- und Softwareseite so zu trennen, dass weder im Prüfungsraum noch in der lokalen Umgebung auf das System zugegriffen werden kann.
- Die textliche *Dokumentation der Problemlösung* muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule geeignet so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der *autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit*; die elektronische Version (Datei) kann *nicht* zur Korrektur oder Bewertung *herangezogen werden*.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Typs) von dem Prüfer vermerkt werden.

Zur Abiturprüfung sind gedruckte *Formelsammlungen* der Schulbuchverlage und Handbücher der Rechner zugelassen. Die Formelsammlungen dürfen keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen. *Nicht zugelassen* sind schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika (Taschenbuch der Mathematik, Lexikon der Mathematik).